

การวิเคราะห์ด้วยวิธีการทางไฟไนต์เอลิเมนต์สำหรับการลดความเค้นหนาแน่น  
ของรูวงกลมเดี่ยวภายใต้ภาระดึงโดยรูช่วย

**FINITE ELEMENT ANALYSIS OF REDUCING STRESS CONCENTRATION  
IN SINGLE CIRCULAR HOLE UNDER TENSION LOAD  
BY AUXILIARY HOLES**

วัชระ เกรือรัฐติกาล

ผู้ช่วยศาสตราจารย์ คณะวิศวกรรมศาสตร์ ภาควิชาวิศวกรรมเครื่องกล มหาวิทยาลัยเกษตรศาสตร์

E-mail : fengwkr@ku.ac.th

กรรมมันต์ ชูประเสริฐ

ผู้ช่วยศาสตราจารย์ คณะวิศวกรรมศาสตร์ ภาควิชาวิศวกรรมเครื่องกล มหาวิทยาลัยเกษตรศาสตร์

E-mail : fengkmc@ku.ac.th

ชาญเวช ศิลพิพัฒน์

อาจารย์ประจำ คณะวิศวกรรมศาสตร์ ภาควิชาวิศวกรรมเครื่องกล มหาวิทยาลัยเกษตรศาสตร์

E-mail : fengchse@ku.ac.th

### บทคัดย่อ

เมื่อชิ้นงานสี่เหลี่ยมมีรูกลมเดี่ยวภายใต้ภาระดึงตามแนวแกน การกระจายตัวของความเค้นจะไม่สม่ำเสมอตลอดหน้าตัดของชิ้นงาน ซึ่งนำมาให้เกิดความเสียหายของชิ้นงานที่ตรงขอบของรูเนื่องจากเกิดความเค้นหนาแน่นสูง วิธีการทางไฟไนต์เอลิเมนต์ถูกนำมาใช้ในการหาตำแหน่งที่เหมาะสมของรูช่วยเพื่อลดความเค้นที่เกิดขึ้น ตัวประกอบความเค้นหนาแน่นสามารถลดได้ถึง 14.3 % สำหรับใช้สองรูช่วย และ 18.8 % สำหรับใช้สี่รูช่วย โดยวาง ตำแหน่งของรูช่วย ทั้งสองด้านของรูวงกลมหลัก ผลที่ได้แสดงให้เห็นถึงตำแหน่ง ขนาดของรูช่วยทำให้การไหลของความเค้นราบเรียบขึ้นตลอดทั้งแผ่น

คำสำคัญ : ไฟไนต์เอลิเมนต์ ตัวประกอบความเค้นหนาแน่น รูวงกลมเดี่ยว ภาระดึง รูช่วย

### ABSTRACT

When a single circular hole is introduced in a rectangular plate under axial tension load, the stress distribution is not uniform throughout the cross section. This will lead to failure of the component at the edge of the hole of high stress concentration. Finite element method is used to locate optimum auxiliary holes for the stress reduction. The stress concentration factor can be reduced up to 14.3 % for using two auxiliary holes and

18.8 % for using four auxiliary holes by locate auxiliary holes on either side of main circular hole. Results reveals that the introduction of the auxiliary holes at a optimum location and sizes helps to smooth flow of the stress pass through the plate.

**KEYWORDS :** Finite element, Stress concentration factor, single circular hole, Tension load, Auxiliary hole

## 1. บทนำ

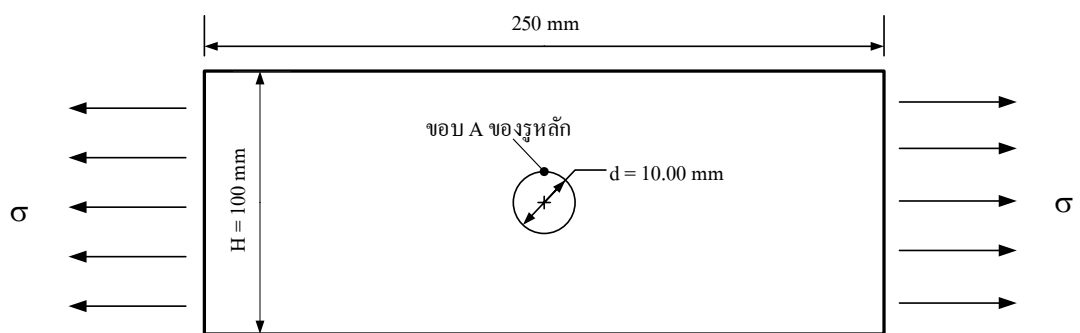
ในการออกแบบชิ้นงานต่าง ๆ ค่าความเค้นที่เกิดขึ้นเป็นส่วนสำคัญที่นักออกแบบต้องคำนึงถึงและมีความระมัดระวัง ชิ้นงานในบริเวณที่มีการเปลี่ยนแปลงขนาดพื้นที่หน้าตัด เมื่อมีภาระงานมากระทำ ทำให้เกิดความเค้นหนาแน่นเกิดขึ้นในบริเวณนี้แสดงให้เห็นว่าการไหลของความเค้นไม่ราบเรียบ ความเค้นที่สูงขึ้น อาจเกิดความเสียหายของชิ้นงานได้ การศึกษาและออกแบบการทำให้ความเค้นบริเวณนี้ลดลง โดยไม่เปลี่ยนวัสดุหรือเพิ่มความหนาหรือขนาดของชิ้นงาน จึงมีความสำคัญเป็นอย่างยิ่ง เพื่อที่ไม่ทำให้ต้นทุนการผลิตชิ้นงานนี้สูงขึ้นมากเกินไป

ชิ้นงานแผ่นสี่เหลี่ยมที่มีรูวงกลมเดี่ยวอยู่ตรงกลางชิ้นงาน เมื่อมีภาระงานดึงตามแนวยาวของชิ้นงานมากระทำ ทำให้เกิดความเค้นหนาแน่นบริเวณขอบของรูสูง Erickson และ Riley (1978) ได้ทำการทดลองใช้วิธีโฟโตอีลาสติก โดยให้ รูช่วยวางไว้ก่อนและหลังแนวของรูกลมเดี่ยวของชิ้นงานตามแนวของภาระงานที่กระทำ ผลที่ได้ช่วยลดความเค้นหนาแน่นของชิ้นงานลง 13% - 21% Meguid (1986) ได้ใช้วิธีการทางไฟไนต์เอลิเมนต์วิเคราะห์หาวิธีการลดค่าความเค้นหนาแน่นของชิ้นงานที่มีรูตรงกลางของชิ้นงานที่รับภาระตามแนวแกนเดียวโดยใช้ 2 รูช่วย ทำให้ลดค่าความเค้นหนาแน่นได้ 7.5% - 11% Giare et al. (1989) นำเสนอเทคนิคการลดความเค้นหนาแน่นรอบรูวงกลมหลักของแผ่นสี่เหลี่ยม โดยใช้วงแหวนเสริมแรงรอบรูวงกลมหลักทำให้ลดค่าตัวประกอบความเค้นหนาแน่น (stress concentration factor) ลงจาก 2.72 เป็น 1 Meguid และ Gong (1993) ได้ศึกษาความเค้นหนาแน่นบริเวณรอบรูกลมเดี่ยวบนแผ่นสี่เหลี่ยมด้วยการทดลองโดยใช้วิธีโฟโตอีลาสติก และนำผลเปรียบเทียบกับวิธีไฟไนต์เอลิเมนต์ ผลที่ได้มีค่าใกล้เคียงกัน Tenchev et al. (1995) นำเสนอวิธีการลดความเค้นหนาแน่นของรูวงกลมโดยการเสริมแผ่นเสริมแรงบริเวณรูวงกลมทั้งด้านบนและล่างทำให้บริเวณรอบรูวงกลม ทำให้บริเวณนั้นมีความหนามากขึ้น Ulrich และ Moslehy (1995) นำเสนอวิธีการบาวนด์รี เอลิเมนต์ ใช้วิเคราะห์เพื่อลดความเค้นหนาแน่นของรูวงกลม และวงรีโดยใช้รูช่วย Toubal et al.(2005) ได้ศึกษาทดลองเพื่อหาความเค้นหนาแน่นที่เกิดขึ้นบริเวณรูกลมของแผ่นคอมโพสิต Younis (2006) ได้ทำการทดลองโดยใช้วิธีโฟโตอีลาสติกศึกษาการประกอบความเค้นบริเวณรูกลมเพื่อลดความเค้นหนาแน่น Yang et al. (2010) ได้ใช้วิธีการไฟไนต์เอลิเมนต์ ศึกษาความเค้นและความเครียดหนาแน่นของรูกลมบนแผ่นชิ้นงานหนาที่รับแรงดัด Sburlati (2013) ได้วิเคราะห์การลดความเค้นหนาแน่นบริเวณรูกลมของแผ่น โดยการสวมใส่แหวนลงไปรูกลมที่ทำการวิเคราะห์

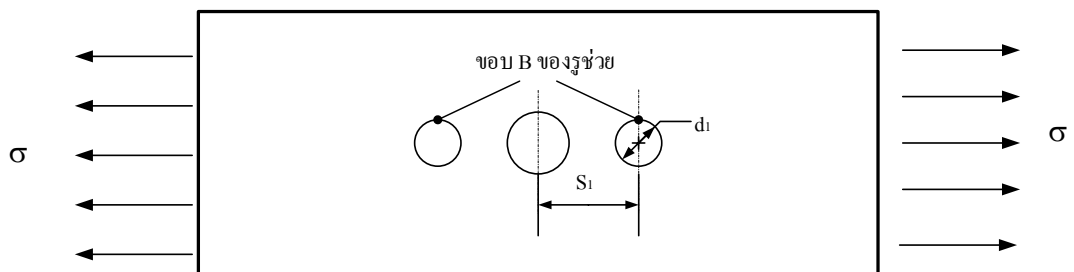
งานวิจัยนี้ได้ศึกษาความเค้นหนาแน่นที่เกิดขึ้นบริเวณรูวงกลมเดี่ยวของชิ้นงานสี่เหลี่ยมที่รับภาระดึง และทำการวิเคราะห์เพื่อลดความเค้นหนาแน่นสูงสุดที่เกิดขึ้นบริเวณขอบของรูโดยใช้รูช่วย 2 รู และ รูช่วย 4 รู โดยวางเรียงทั้งสองด้านของรูหลัก ด้วยวิธีการทางไฟไนต์เอลิเมนต์

## 2. วิธีการดำเนินการวิจัย

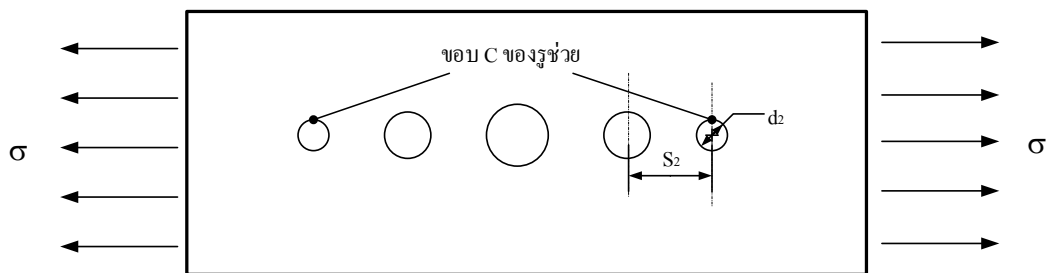
การวิจัยนี้ได้ทำการวิเคราะห์ 3 รูปแบบ ดังแสดงตามรูปที่ 1 โดยรูปแบบ A มีรูหลักเพียงรูเดียว รูปแบบ B มีรูหลักและรูช่วย 2 รู รูปแบบ C มีรูหลักและรูช่วย 4 รู ในรูปแบบ A ทำการคำนวณเพื่อเปรียบเทียบผลการคำนวณทางไฟไนต์เอลิเมนต์ กับผลการวิจัยของ Howland (1992-1930) เพื่อยืนยันรูปแบบโมเดลทางไฟไนต์เอลิเมนต์ว่าสามารถนำไปใช้ในรูปแบบ B และ C ได้ รูปแบบ B ทำการเปลี่ยนขนาดของรูช่วย  $d_1$  และระยะห่าง  $S_1$  รูปแบบ C ทำการเปลี่ยนขนาดของรูช่วย  $d_2$  และให้ระยะห่าง  $S_2$  เท่ากับระยะห่าง  $S_1$  ผลการคำนวณหาค่าตัวประกอบความเค้นหนาแน่นจากรูปแบบ B และ C นำมาเปรียบเทียบกับค่าที่ได้จากรูปแบบ A ว่าสามารถลดค่าตัวประกอบความเค้นหนาแน่นได้มากน้อยเพียงใด



(a) รูปแบบ A



(b) รูปแบบ B



(c) รูปแบบ C

รูปที่ 1 แสดง 3 รูปแบบที่ทำการวิเคราะห์

ค่าตัวประกอบความเค้นหนาแน่น ( $K_m$ ) คำนวณได้จากสมการที่ 1

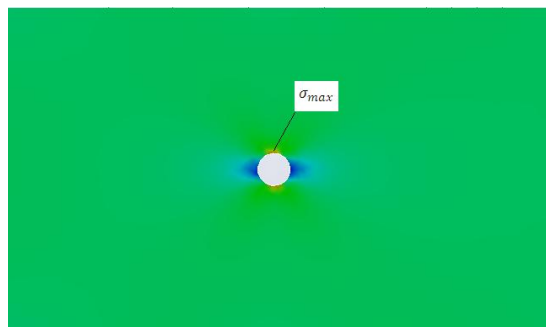
$$K_m = \sigma_{\max} / \sigma \quad (1)$$

โดย  $\sigma_{\max}$  คือ ความเค้นดึงฉากสูงสุด

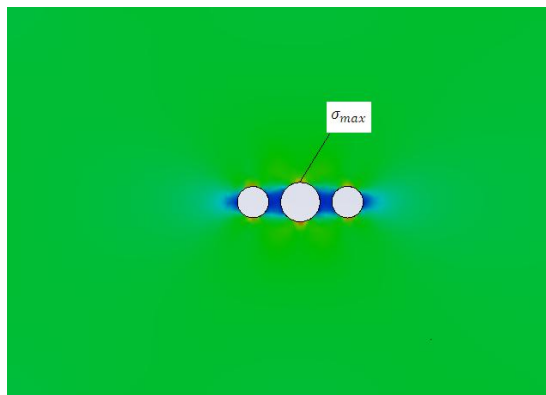
$\sigma$  คือ ความเค้นดึงฉากที่คำนวณจากพื้นที่หน้าตัดของรูหลัก  $A = t(H-d)$  โดยที่  $t$  คือความหนาของชิ้นงาน

### 3. ผลการคำนวณและอภิปราย

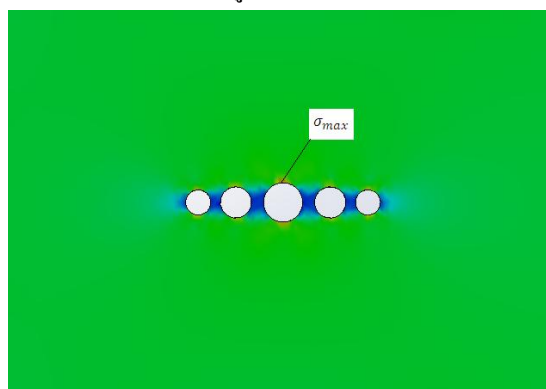
การคำนวณโดยใช้วิธีการทางไฟไนต์เอลิเมนต์  $\sigma_{\max}$  มีค่าสูงสุดที่ขอบ A ของทั้ง 3 รูปแบบดังแสดงดังรูปที่ 2



รูปแบบ A



รูปแบบ B



รูปแบบ C

รูปที่ 2 แสดงผลความเค้นที่เกิดขึ้นโดยใช้วิธีการทางไฟไนต์เอลิเมนต์

รูปแบบ A ผลการคำนวณหาค่า  $K_m$  ได้ 2.73 ซึ่งค่าที่ได้ถือว่าใกล้เคียงมากกับ Howland (1992-1930) ที่ 2.72 ส่วนรูปแบบ B และ C ค่าที่ได้แสดงในตารางที่ 1 และ 2 ตามลำดับ

ตารางที่ 1 แสดงค่า  $K_m$  ที่ขอบ A จากการใช้วิธีการทางไฟไนต์เอลิเมนต์ของรูปแบบ B

$S_1/d = 1.2$		$S_1/d = 1.4$		$S_1/d = 1.6$		$S_1/d = 1.8$		$S_1/d = 2.0$	
$d_1/d$	$K_m$	$d_1/d$	$K_m$	$d_1/d$	$K_m$	$d_1/d$	$K_m$	$d_1/d$	$K_m$
0.4	2.64	0.4	2.65	0.4	2.67	0.4	2.68	0.4	2.69
0.5	2.61	0.5	2.63	0.5	2.65	0.5	2.66	0.5	2.67
0.6	2.55	0.6	2.57	0.6	2.59	0.6	2.60	0.6	2.62
0.7	2.48	0.7	2.50	0.7	2.52	0.7	2.54	0.7	2.56
0.8	2.40	0.8	2.42	0.8	2.45	0.8	2.47	0.8	2.49
0.9	2.33	0.9	2.35	0.9	2.38	0.9	2.41	0.9	2.44

ตารางที่ 2 แสดงค่า  $K_m$  ที่ขอบ A ได้จากการใช้วิธีการทางไฟไนต์เอลิเมนต์ของรูปแบบ C

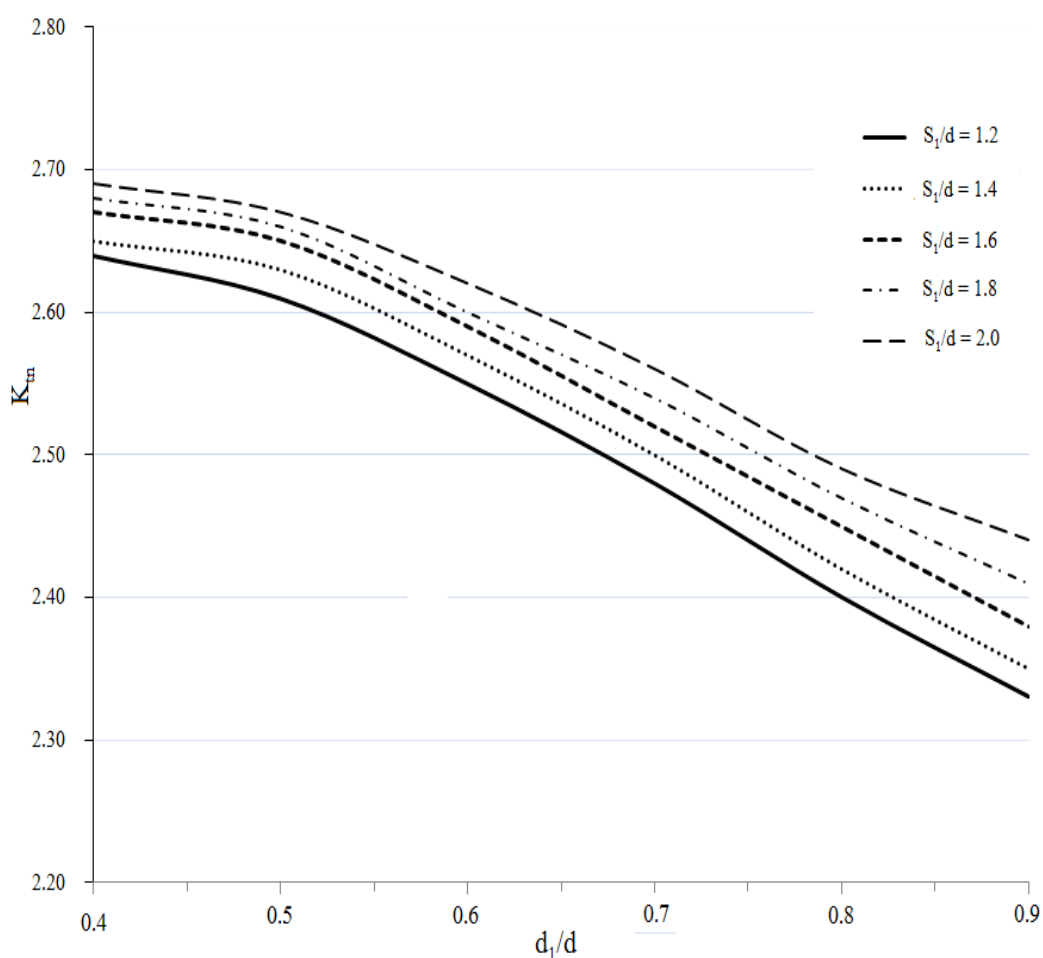
$S_1/d = 1.2$			$S_1/d = 1.4$			$S_1/d = 1.6$			$S_1/d = 1.8$			$S_1/d = 2.0$		
$d_1/d$	$d_2/d$	$K_m$	$d_1/d$	$d_2/d$	$K_m$	$d_1/d$	$d_2/d$	$K_m$	$d_1/d$	$d_2/d$	$K_m$	$d_1/d$	$d_2/d$	$K_m$
0.7	0.4	2.38	0.7	0.4	2.42	0.7	0.4	2.47	0.7	0.4	2.52	0.7	0.4	2.57
	0.5	2.35		0.5	2.39		0.5	2.43		0.5	2.48		0.5	2.53
	0.6	2.31		0.6	2.35		0.6	2.38		0.6	2.43		0.6	2.49
0.8	0.4	2.36	0.8	0.4	2.40	0.8	0.4	2.45	0.8	0.4	2.49	0.8	0.4	2.54
	0.5	2.33		0.5	2.38		0.5	2.42		0.5	2.46		0.5	2.50
	0.6	2.30		0.6	2.35		0.6	2.39		0.6	2.42		0.6	2.47
	0.7	2.28		0.7	2.31		0.7	2.35		0.7	2.38		0.7	2.43
0.9	0.4	2.32	0.9	0.4	2.36	0.9	0.4	2.40	0.9	0.4	2.45	0.9	0.4	2.51
	0.5	2.28		0.5	2.33		0.5	2.36		0.5	2.41		0.5	2.47
	0.6	2.26		0.6	2.30		0.6	2.33		0.6	2.37		0.6	2.42
	0.7	2.23		0.7	2.28		0.7	2.30		0.7	2.34		0.7	2.39
	0.8	2.21		0.8	2.25		0.8	2.28		0.8	2.32		0.8	2.36

จากตารางที่ 1 รูปแบบ B ที่  $S_1/d = 1.2$  เมื่อ  $d_1/d$  มีค่าเพิ่มขึ้น ทำให้ ค่า  $K_m$  มีค่าลดลง และมีลักษณะความสัมพันธ์เดียวกัน กับที่  $S_1/d = 1.4$   $S_1/d = 1.6$   $S_1/d = 1.8$  และ  $S_1/d = 2.0$  เมื่อพิจารณาที่  $d_1/d = 0.4$  เมื่อ  $S_1/d$  มีค่าเพิ่มขึ้นทำให้ ค่า  $K_m$  มีแนวโน้มเพิ่มขึ้น และมีลักษณะความสัมพันธ์เดียวกัน กับที่  $d_1/d = 0.5$   $d_1/d = 0.6$   $d_1/d = 0.7$   $d_1/d = 0.8$  และ  $d_1/d = 0.9$

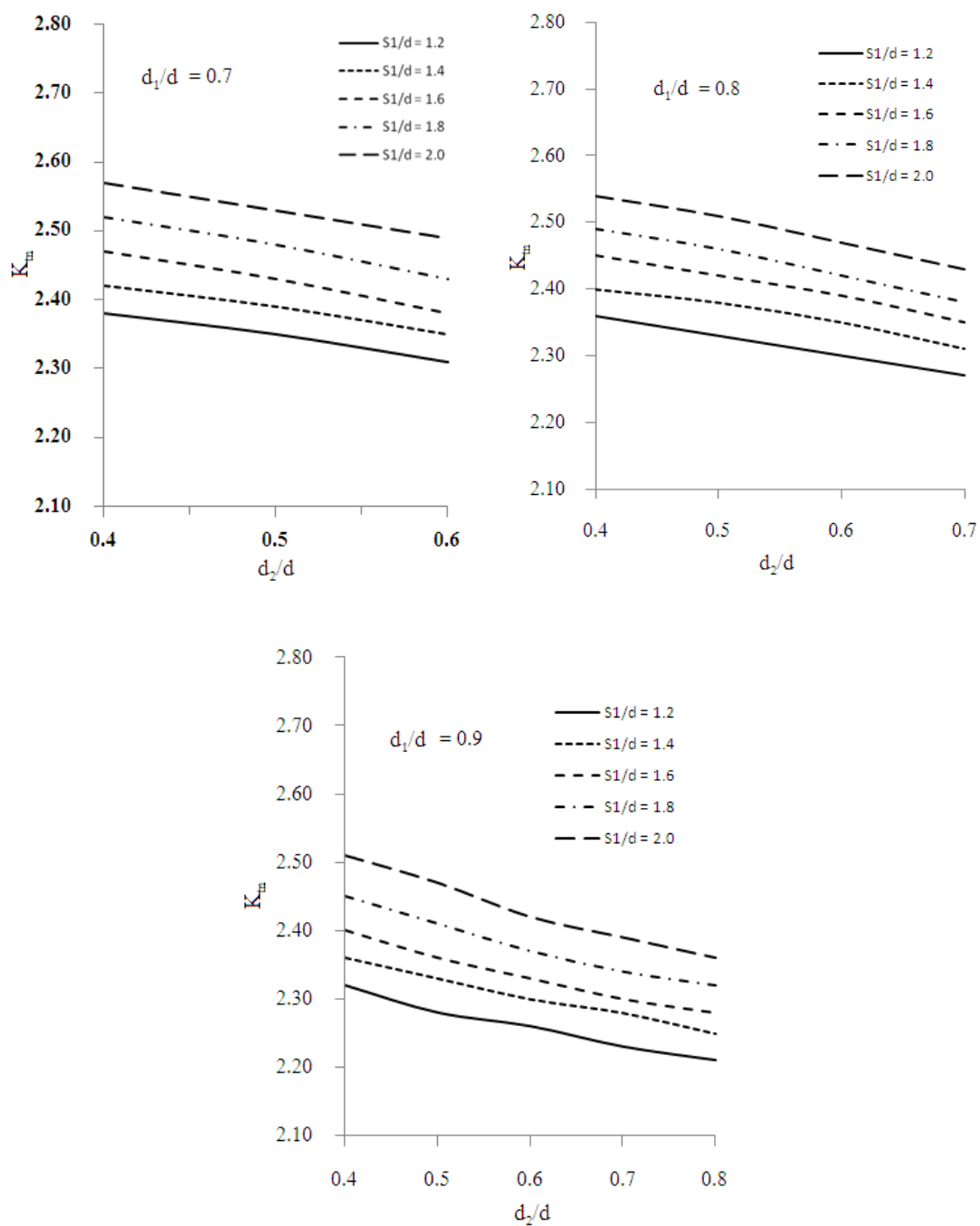
เมื่อนำค่าจากตารางที่ 1 มาสร้างกราฟจะได้ความสัมพันธ์ดังแสดงดังรูปที่ 3 แสดงให้เห็นว่าเมื่อระยะห่างระหว่างรูหลัก และรูช่วย มีค่ามากขึ้นทำให้ค่า  $K_m$  มีแนวโน้มมากขึ้น ขณะที่ระยะห่างระหว่างรูหลักและรูช่วยคงที่ ขนาดของรูช่วยมีขนาดใหญ่ขึ้นทำให้ค่า  $K_m$  มีแนวโน้มลดลง ค่า  $K_m$  ในรูปแบบ B นั้นสามารถลดลงได้สูงสุด 14.3 % เมื่อเปรียบเทียบกับ รูปแบบ A

จากตารางที่ 2 รูปแบบ C เมื่อค่า  $S_1/d = 1.2$   $d_1/d = 0.7$  คงที่ ถ้า  $d_2/d$  มีค่าเพิ่มขึ้นส่งผลทำให้ค่า  $K_m$  ลดลง และมีลักษณะความสัมพันธ์เดียวกันกับที่  $d_1/d = 0.8$  และ  $d_1/d = 0.9$  แสดงให้เห็นว่า เมื่อค่า  $S_1/d$  ค่า  $d_1/d$  คงที่ ถ้าค่า  $d_2/d$  มีค่าเพิ่มขึ้น ส่งผลให้ค่า  $K_m$  ลดลงแต่เมื่อค่า  $d_1/d$  และค่า  $d_2/d$  มีค่าคงที่ ค่า  $K_m$  มีค่าเพิ่มขึ้นตามค่า  $S_1/d$  ที่เพิ่มขึ้น

เมื่อนำค่าจากตารางที่ 2 มาสร้างกราฟ ได้ความสัมพันธ์ดังแสดงดังรูปที่ 4 แสดงให้เห็นว่า เมื่อขนาดรูช่วย  $d_1/d$  คงที่ ขนาดรูช่วย  $d_2/d$  มีค่าเพิ่มขึ้น ค่า  $K_m$  มีแนวโน้มลดลง แต่เมื่อเปรียบเทียบกับระยะห่างระหว่างรูหลักและรูช่วยเพิ่มขึ้น ค่า  $K_m$  มีแนวโน้มสูงขึ้น ค่า  $K_m$  ในรูปแบบ C นั้นสามารถลดลงได้สูงสุด 18.8 % เมื่อเทียบกับรูปแบบ A



รูปที่ 3 แสดงค่าระหว่าง  $K_m$  กับ  $d_1/d$  ที่ค่าอัตราส่วน  $S_1/d$  ต่างๆ ของรูปแบบ B



รูปที่ 4 แสดงค่าระหว่าง  $K_m$  กับ  $d_2/d$  ที่ค่าอัตราส่วน  $S_1/d$  ต่าง ๆ ของรูปแบบ C

#### 4. สรุปผลการวิจัย

วิธีการทางไฟไนต์เอลิเมนต์ได้ถูกนำมาใช้ในการวิเคราะห์หาค่าความเค้นหนาแน่น ของชิ้นงานสี่เหลี่ยม ที่มีรูกลมอยู่ตรงกลาง ภายใต้ภาระดึงมากระทำ การลดค่าความเค้นหนาแน่น ได้ถูกนำเสนอโดยใช้รูช่วยในรูปแบบ B และ รูปแบบ C ตามลำดับ ผลที่ได้ ค่าตัวประกอบความเค้นหนาแน่นในรูปแบบ B สามารถลดลงได้สูงสุด 14.3 % และในรูปแบบ C สามารถลดลงได้สูงสุด 18.8 % เทียบกับค่าตัวประกอบความเค้นหนาแน่นในรูปแบบ A เมื่อตัวประกอบความเค้นหนาแน่นลดลง ย่อมแสดงให้เห็นว่าระดับความเค้นสูงสุดที่เกิดขึ้นในชิ้นงานลดลงด้วย หมายถึง การไหลของความเค้นในชิ้นงานราบเรียบขึ้น ส่งผลให้อายุความล้าของชิ้นงานดีขึ้น

#### 5. รายการอ้างอิง

- Erickson, P.E., and Riley, W.F. 1978. Minimizing stress concentrations around circular holes in uniaxially loaded plates. **Experimental Mechanics**. 97-100.
- Meguid, S. A . 1986. Finite element analysis of defence hole system for the reduction of stress concentration factor in a uni-axially loaded plate with two coaxial holes. **Engineering fracture mechanics**. 25 (4): 403-413.
- Giare, G.S. and Shabahang, R. 1989. The Reduction of stress concentration around the hole in an isotropic plate using composite material. **Engineering fracture mechanics**. 32(5): 757-766.
- Meguid, S.A. and Gong, S.X. 1993. Stress concentration around interacting circular holes: A comparison between theory and experiments. **Engineering Fracture Mechanics**. 44(2): 247-256.
- Tenchev, R.T., Nygard, M.K. and Echtermeyer, A. 1995. Design procedure for reducing the stress concentration around circular holes in laminated composites. **Composites**. 26(12): 815-828.
- Ulrich, T.W. and Moslesh, F.A. 1995. A boundary element method for stress reduction by optimal auxiliary holes. **Engineering Analysis with Boundary Elements**. 15: 219-233.
- Toubal, L., Karama, M. and Lorrain, B. 2005. Stress concentration in a circular hole in composite plate. **Composite Structures**. 68: 31-36.
- Younis, N.T. 2006. Assembly stress for the reduction of stress concentration. **Mechanics Research Communications**. 33: 837-845.
- Yang, Z., Kim, C.B., Beom, H.G. and Cho, C. 2010. The stress and strain concentrations of out-of-plane bending plate containing a circular hole. **International Journal of Mechanical Sciences**. 52: 836-846.
- Sburlati, R. 2013. Stress concentration factor due to a functionally graded ring around a hole in an isotropic plate. **International Journal of Solids and Structures**. 50: 3649-3658
- Howland, R. C. J., 1929-1930. On the stress in the neighborhood of a circular hole in a strip under tension. *Philosophical Transactions of the Royal (London) Society A*. 229: 67